ثانوية بئر أنزران (صفرو)
2011 - 2012

التعداد و حساب الاحتمالات

2 باكلوريا علوم فيزيائية 1
ذ: توفيق بنعمرو

مبدأ التعداد (مبدأ الجداء):

إذا كانت وضعية تعدادية تستوجب p اختيار C_1 و C_2 و ... و C_p بحيث كلّ اختيار C_i يتمّ ب n_i كيفية مختلفة.
فإنّ عدد الإمكانيات لهذه الوضعية التعدادية هو: $n_1 \times n_2 \times ... \times n_p$.

$n \in \mathbb{N}^* \quad p \le n$

$$n! = n \times (n-1) \times ... \times 2 \times 1$$

$$A_n^p = n \times (n-1) \times ... \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n \times (n-1) \times ... \times (n-p+1)}{1 \times 2 \times ... \times p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$0! = 1! = 1$$
$$A_n^n = A_n^{n-1} = n!$$
$$A_n^0 = C_n^0 = C_n^n = 1$$
$$A_n^1 = C_n^1 = C_n^{n-1} = n$$
$$C_n^{n-p} = C_n^p$$
$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$$

عندما يكون السحب بتتابع و دون إحلال فإنّنا نستعمل عدد التّرتيبات دون تكرار

عندما يكون السحب بتتابع و بإحلال فإنّنا نستعمل عدد التّرتيبات بتكرار

عندما يكون السحب في آن واحد (تآنياً) فإنّنا نستعمل عدد التأليفات

$n \in \mathbb{N}^*$ و $p \in \mathbb{N}^*$ و $p \le n$.

كلّ ترتيب ل p عنصر من بين n عنصر (مع إمكانية تكرار العناصر) تسمّى **ترتيبة بتكرار** ل p من بين n .

كلّ ترتيب ل p عنصر من بين n عنصر (مع عدم تكرار العناصر) تسمّى **ترتيبة دون تكرار** ل p من بين n .

كلّ ترتيب ل n عنصر من بين n عنصر (مع عدم تكرار نفس العناصر) تسمّى تسمّى **تبديلة ل** n عنصر.

كلّ جزء مكوّن من p عنصر ضمن مجموعة مكوّنة من n عنصر يسمّى تأليفة ل p من n .

عدد الترتيبات بتكرار ل p من n هو: n^p

عدد الترتيبات دون تكرار ل p من n هو: A_n^p

عدد التبديلات ل n عنصر هو: $n!$

عدد التأليفات ل p من n هو: C_n^p

رئيسي مجموعة منتهية E هو عدد عناصرها و نرمز له ب $card\, E$

تجربة عشوائية: كلّ تجربة معلومة النتائج و لا يمكن مسبقاً أن نتوقّع أيّها سيتحقّق.

المجموعة المكوّنة من جميع النّتائج الممكنة تسمى **كون الإمكانيات** و نرمز لها ب Ω .

كلّ جزء A من Ω يسمّى **حدث**

كلّ حدث مكوّن من عنصر وحيد يسمّى **حدث ابتدائي**

Ω حدث **أكيد** $\quad \emptyset$ حدث **مستحيل**

$A \cup \bar{A} = \Omega$

$A \cap \bar{A} = \emptyset$

$A \cap B$ **تقاطع** الحدثين A و B (الحدثان A و B محقّقان معاً)

$A \cup B$ **اتحاد** الحدثين A و B (الحدثان A أو B محقّقان)

$\bar{A}$ الحدث **المضاد** للحدث A .

A و B **غير منسجمان** إذا كان $A \cap B = \emptyset$ (منفصلان)

$p(\Omega) = 1$ و $p(\emptyset) = 0$

لكلّ حدث A لدينا: $0 \le p(A) \le 1$.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

الأحداث A_1 و A_2 و... و A_n تشكّل **تجزيء** ل Ω إذا كانت منفصلة مثنى مثنى و اتحادها هو Ω .

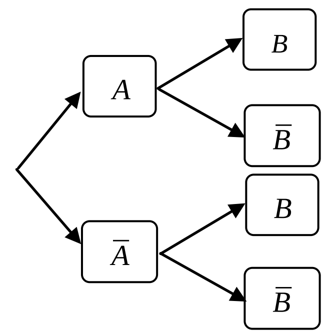
الاستقلالية: A و B مستقلان إذا كان: $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

فرضية تساوي الاحتمال: إذا كانت الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال؛ و في هذه الحالة: $p(A) = \dfrac{card\, A}{card\, \Omega}$.

الاحتمال الشرطي: احتمال الحدث A علماً أنّ الحدث B محقّق هو: $p_B(A) = p(A/B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

الاحتمال الكلي: A حدث بحيث $0 < p(A) < 1$: $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) = p(A) \cdot p_A(B) + p(\bar{A}) \cdot p_{\bar{A}}(B)$

الاختبارات المتكرّرة: A حدث احتماله p في اختبار عشوائي؛ إذا أعيد الاختبار n مرّة (باستقلالية)
فإن احتمال وقوع الحدث A بالضبط k مرّة هو: $C_n^k \times (p^k) \times (1-p)^{n-k}$.



الـشـجـرة

متغير عشوائي: كلّ دالة X من Ω نحو $\mathbb{R}$.
قيَم X الممكنة $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$.
تحديد قانون احتمال X هو حساب
احتمال جميع الأحداث $X = x_i$
يعني حساب $p(X = x_i)$
حيث: $i \in \{1, 2, ..., n\}$.

الأمل الرياضي: $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot p_i$

المغايرة: $V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - E(X))^2 p_i$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$
$$= (\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 p_i) - (E(X))^2$$

الانحراف الطّرازي: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

القانون الحدّاني: ليكن p احتمال حدث A في تجربة عشوائية.
نعيد هذه التّجربة n مرّة بشكل مستقلّ.
المتغيّر العشوائي X المرتبط بعدد المرّات التي يتحقّق فيها A
يسمّى توزيع حدّاني وسيطاه n و p .

$$\forall k \in \{1, 2, ..., n\} : p(X = k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$

$$V(X) = n \times p \times (1-p) \text{ و } E(X) = n \times p$$